

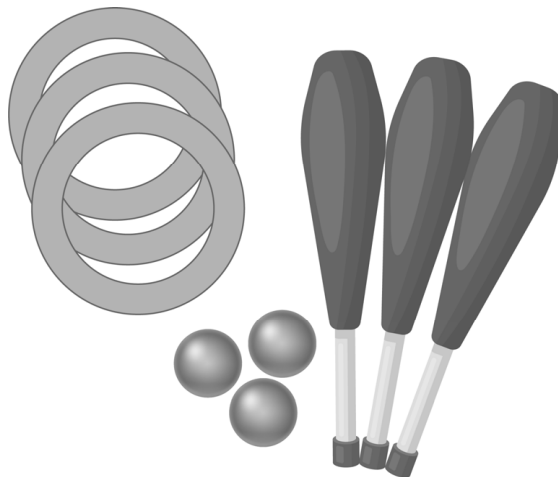
Jongleren

Bij jongleren gaat het om het in de lucht gooien, in de lucht houden en opvangen van voorwerpen. Deze voorwerpen blijven tijdens het jongleren van hand naar hand en in de lucht rondgaan. Zie de foto.

foto



figuur



Op de foto zie je de Amerikaanse jongleur James Reid jongleren met drie verschillende, nogal vreemde voorwerpen: een bowlingbal, een mes en een speelgoedkip. Meestal wordt er echter met ballen, kegels en ringen gejongleerd. In de figuur zie je een typisch pakket voor jongleurs, bestaande uit drie identieke ringen, drie identieke ballen en drie identieke kegels.

Een jongleur kiest uit het pakket drie voorwerpen om mee te jongleren. Hij zou bijvoorbeeld een bal (B), een kegel (K) en een ring (R) kunnen kiezen. Dit noteren we met BKR.

- 3p **1** Noteer op dezelfde manier alle overige mogelijkheden om drie voorwerpen uit het pakket te kiezen.

De rest van deze opgave gaat over jongleren met minimaal drie ballen, door één jongleur, waarbij de jongleur altijd twee handen gebruikt. Hiervoor bestaat een verband tussen een aantal variabelen, gegeven door de formule van Shannon:

$$2 \cdot (V + H) = B \cdot (L + H)$$

Hierin is:

- V de **vluchttijd**, dat is de tijd die een bal in de lucht is tussen het gegooid en weer opgevangen worden (in seconden);
- H de **handtijd**, dat is de tijd die een bal in één van de handen is tussen het vangen en het gooien van de bal (in seconden);
- L de **leegtijd**, dat is de tijd dat een hand leeg is tussen het gooien van een bal en het vangen van de volgende bal (in seconden);
- B het aantal ballen dat je gebruikt.

De formule van Shannon geldt alleen als alle ballen op dezelfde manier van de ene naar de andere hand worden gegooid, dus even snel en even hoog.

- 3p **2** Beredeneer met behulp van de formule van Shannon dat bij jongleren met drie ballen de vluchttijd langer zal zijn dan de leegtijd.

De formule van Shannon kan worden herleid tot: $H = \frac{2V - BL}{B - 2}$

- 4p **3** Geef deze herleiding.

Als je met steeds meer ballen wilt jongleren, waarbij je die ballen telkens even lang in de lucht wilt houden en je handen steeds even lang leeg wilt houden, moet je de ballen steeds sneller door je handen laten gaan. De handtijd moet dan dus steeds korter worden. Dit kun je aantonen met de afgeleide van H .

De afgeleide is: $\frac{dH}{dB} = \frac{2L - 2V}{(B - 2)^2}$

- 3p **4** Toon aan dat deze formule voor de afgeleide juist is.

Volgens de formule van Shannon geldt dat bij drie of meer ballen L altijd kleiner is dan V .

- 3p **5** Toon met behulp van de afgeleide $\frac{dH}{dB}$ aan dat de handtijd afneemt als het aantal ballen toeneemt.