

Myopie

Myopie is een veelvoorkomende oogafwijking die beter bekend staat als bijziendheid. Iemand die lijdt aan myopie ziet objecten dichtbij scherp, terwijl objecten verder weg wazig zijn.

Myopie onder kinderen is enorm toegenomen, met name doordat kinderen met hun ogen steeds vaker dicht bij schermen van tablets en telefoons zitten. Naar aanleiding van een onderzoek van het Erasmus Medisch Centrum Rotterdam (Erasmus MC) waarschuwde de Nederlandse Vereniging van Optiekbedrijven in 2018 dat als dit gedrag zo blijft, het percentage Nederlanders met myopie flink zou stijgen: van 20% in 2018 naar 50% in 2050.

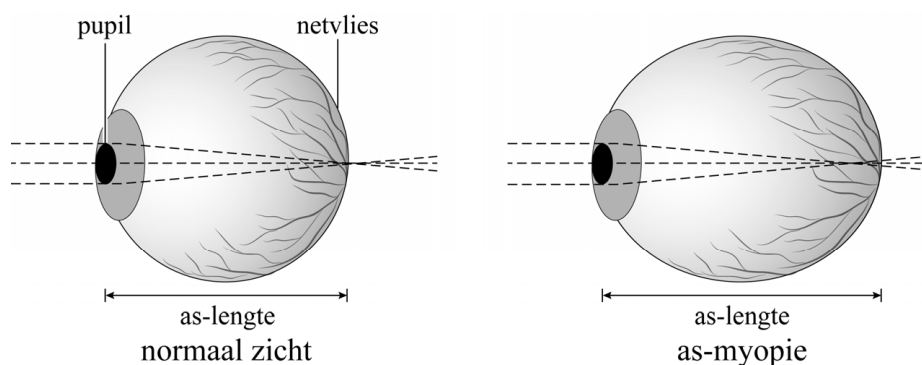
In 2018 waren er 17,2 miljoen Nederlanders. Men neemt aan dat het aantal inwoners van Nederland tot 2050 exponentieel zal toenemen met 0,36% per jaar.

Neem aan dat de voorspelling van de Nederlandse Vereniging voor Optiekbedrijven uitkomt en dat het aantal Nederlanders met myopie tussen 2018 en 2050 elk jaar met hetzelfde aantal toeneemt.

- 3p 17 Bereken hoeveel Nederlanders die lijden aan myopie er tussen 2018 en 2050 jaarlijks gemiddeld bijkomen. Geef je antwoord in een geheel aantal duizendtallen.

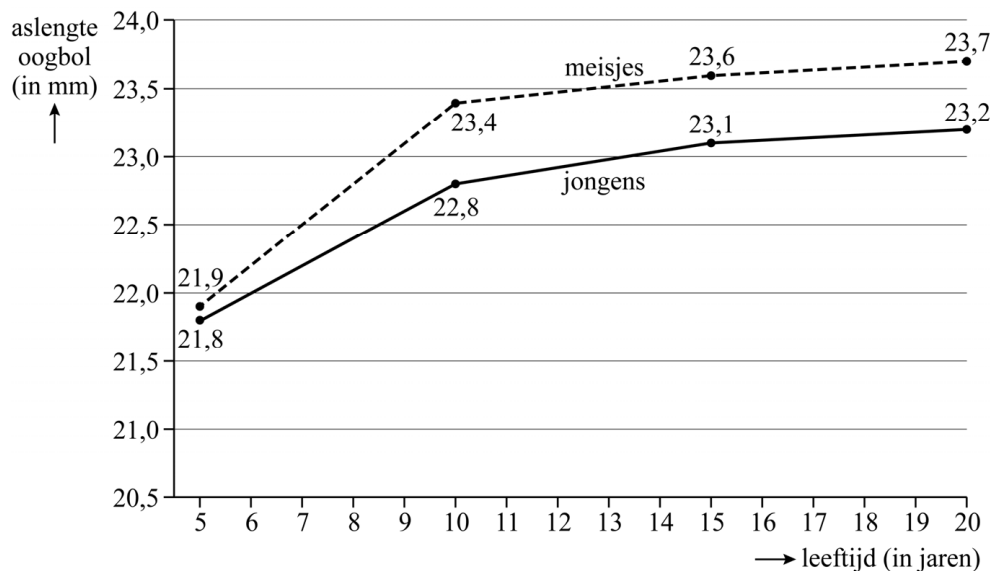
Er bestaan meerdere vormen van myopie. In het vervolg van deze opgave gaat het alleen over **as-myopie**. Bij iemand met deze vorm van myopie heeft de oogbol een grotere as-lengte dan bij iemand met normaal zicht. De **as-lengte** is de afstand van de pupil tot aan de achterkant van het netvlies. Zie figuur 1.

figuur 1



De grafieken in figuur 2 komen uit het onderzoek van het Erasmus MC. In figuur 2 staat de gemiddelde as-lengte bij jongens en meisjes van verschillende leeftijden.

figuur 2



Figuur 2 is gebaseerd op meetwaarden op vier leeftijden: 5, 10, 15 en 20 jaar. De onderzoekers hebben de as-lengtes bij de tussenliggende leeftijden geschat door de meetpunten te verbinden.

Het is ook mogelijk om de as-lengtes bij de tussenliggende leeftijden te schatten door een formule op te stellen die goed bij de vier meetwaarden past. Voor de jongens luidt deze formule:

$$J = 0,5646 \cdot \ln(t - 4) + 21,7$$

Hierin is J de gemiddelde as-lengte bij jongens in millimeters en t de leeftijd in jaren.

- 3p **18** Bereken voor jongens met een leeftijd van 7 jaar en 3 maanden het verschil tussen de schatting in figuur 2 en de schatting volgens de formule. Geef je antwoord in millimeters in één decimaal.

De grafiek voor de meisjes is te benaderen met de formule:

$$M = 0,7112 \cdot \ln(t - 4) + 21,9$$

Hierin is M de gemiddelde as-lengte bij meisjes in millimeters en t de leeftijd in jaren.

Bij kinderen die aan myopie lijden, wordt regelmatig gecontroleerd of en hoeveel de as-lengte van het oog is toegenomen. Eventueel kunnen er dan voorzorgsmaatregelen genomen worden om verdere verslechtering van het zicht tegen te gaan.

Volgens een deskundige is het oog stabiel als de snelheid waarmee de as-lengte toeneemt, minder dan 0,05 mm per jaar is. Verdere controles zijn dan niet meer nodig. Volgens de formules voor J en M is dat bij jongens eerder het geval dan bij meisjes.

- 4p **19** Bereken met behulp van de formules voor J en M hoeveel jaar eerder het oog stabiel is bij jongens. Geef je antwoord in één decimaal.

Op basis van het onderzoek van het Erasmus MC is van een bepaalde groep kinderen met myopie bekend dat ze een grote kans hebben om als volwassene te maken te krijgen met ernstige myopie. Deze groep kinderen heeft gemiddeld op 6-jarige leeftijd een as-lengte van 23,4 mm. Vier jaar later is deze lengte toegenomen tot 24,4 mm.

In deze groep kinderen zijn de gegevens van jongens en meisjes samen genomen, dus de formules voor J en M kunnen niet meer gebruikt worden. We nemen nu aan dat de as-lengte van deze groep benaderd kan worden met een formule van de vorm

$$A = p \cdot \ln(t - 4) + q$$

Hierin is A de as-lengte in millimeter en t de leeftijd in jaren.

Met behulp van de gegevens voor een 6-jarige met een as-lengte van 23,4 mm volgt hieruit na afronding op drie decimalen:

$$q = 23,4 - 0,693p \quad (\text{formule 1})$$

- 2p **20** Toon dit aan.

Met behulp van de gegevens voor een 10-jarige met een as-lengte van 24,4 mm geldt na afronding op drie decimalen:

$$q = 24,4 - 1,792p \quad (\text{formule 2})$$

Met behulp van formules (1) en (2) kunnen de waarden van p en q bepaald worden zodat de formule voor A opgesteld kan worden. Op twee decimalen afgerond geldt $p = 0,91$ en $q = 22,77$.

- 3p **21** Bereken de waarden voor p en q in drie decimalen.

- 3p **22** Als de as-lengte groter is dan 26 mm, spreekt men van ernstige myopie. Bereken op welke leeftijd de kinderen in de genoemde groep gemiddeld last krijgen van ernstige myopie. Geef je antwoord in een geheel aantal jaren.

Let op: de laatste vraag van dit examen staat op de volgende pagina.