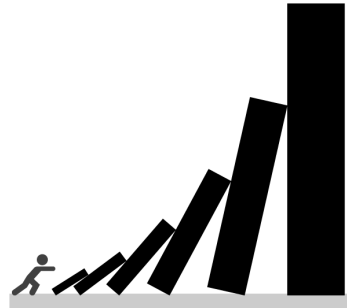


Domino-effect

Een rij dominostenen wordt achter elkaar gezet. Vervolgens wordt de eerste dominosteentje omgeduwd, waarna de rest van de rij (als het goed is) ook omvalt. Dit wordt het **domino-effect** genoemd, waarbij kleine dominostenen ook grotere kunnen omduwen.

Deze opgave gaat over dit domino-effect, waarbij we dominostenen bekijken die telkens 1,5 keer zo hoog zijn als de voorgaande steen.



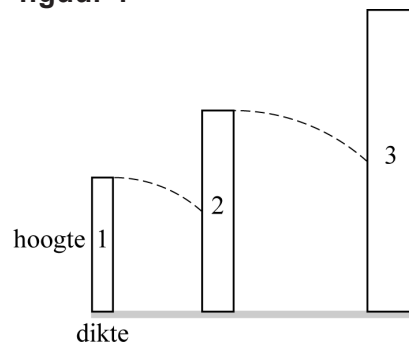
Een Amerikaan beweert dat wanneer de 13^e dominosteentje 1 meter hoog is, de 29^e dominosteentje hoger is dan het Empire State Building. Het Empire State Building is een wolkenkrabber in New York, met een hoogte van 381 meter.

2p 4 Ga met een berekening na of deze Amerikaan gelijk heeft.

In figuur 1 zie je een zijaanzicht van drie dominostenen. We nemen in het vervolg van deze opgave het volgende aan:

- De hoogte van de eerste dominosteentje is 48 mm.
- De dikte van de eerste dominosteentje is 7,5 mm.
- Iedere volgende dominosteentje is 1,5 keer zo hoog en 1,5 keer zo dik als de voorgaande.
- Iedere dominosteentje valt tegen het midden van de volgende dominosteentje.
- Als de dominostenen op een rij worden gezet, dan krijgt de kleinste steen nummer 1, de volgende steen nummer 2, enzovoorts.

figuur 1

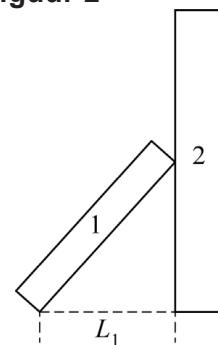


Doordat de eerste dominosteentje tegen het midden van de tweede steen moet vallen, ligt de afstand L_1 vast. Zie figuur 2.

Voor de dominostenen 1 en 2 is deze afstand te berekenen met de formule $L_1 = \sqrt{h_1^2 - (0,5 \cdot h_2)^2}$.

Hierbij is L_1 de afstand tussen dominostenen 1 en 2, h_1 de hoogte van dominosteentje 1 en h_2 de hoogte van dominosteentje 2, alle in mm.

figuur 2



2p 5 Bereken de afstand tussen dominosteentje 1 en 2 in gehele mm.

Voor de hoogte van dominosteen 2 geldt $h_2 = 1,5 \cdot h_1$.

Door dit in te vullen in de formule $L_1 = \sqrt{h_1^2 - (0,5 \cdot h_2)^2}$ is de afstand L_1 ook te schrijven als $L_1 = a \cdot h_1$.

De waarde van a is afgerond op twee decimalen 0,66.

- 3p 6 Herleid de formule $L_1 = \sqrt{h_1^2 - (0,5 \cdot h_2)^2}$ tot $L_1 = a \cdot h_1$ en geef de waarde van a in drie decimalen.

figuur 3

In figuur 3 zie je de algemene situatie.

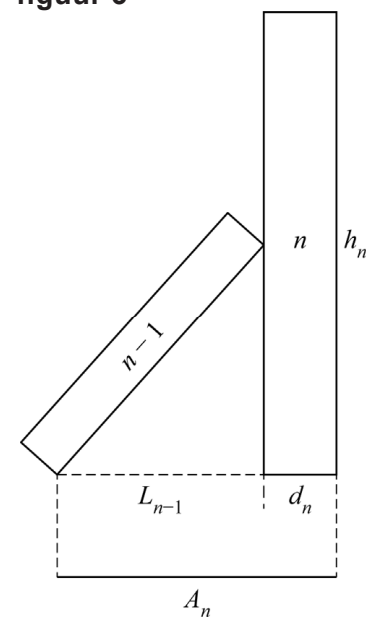
Er geldt (voor $n \geq 2$):

- $h_n = 48 \cdot 1,5^{n-1}$, met h_n de hoogte in mm
- $d_n = 7,5 \cdot 1,5^{n-1}$, met d_n de dikte in mm
- $L_n = 0,66 \cdot h_n$, met L_n de afstand in mm tussen dominosteen n en de dominosteen links daarvan
- $A_n = L_{n-1} + d_n$

Uit bovenstaande gegevens volgt (voor $n \geq 2$):

$$A_n = 19,08 \cdot 1,5^n$$

- 3p 7 Toon dit aan.



In het televisieprogramma MythBusters werd een experiment bedacht waarbij na het omduwen van de eerste dominosteen uiteindelijk dominosteen nummer 12 op een auto valt. Om het experiment uit te voeren werd een 15 meter lange parkeerplaats gebruikt.

foto



- 4p 8 Onderzoek of deze parkeerplaats lang genoeg is om het experiment uit te voeren.